

VARIABLE COMPLEJA

Lista B

(no para entregar)

1. Encontrar 5 subgrupos de $(\mathbb{C}, +)$ no isomorfos entre sí. Encontrar 10 subgrupos de $(\mathbb{C} - \{0\}, \times)$ no isomorfos entre sí.
2. Sean v_1, v_2 conjugados armónicos para una misma función $u: B_1(0) \rightarrow \mathbb{R}$. Demostrar que la diferencia $v_2 - v_1$ es constante.
3. Sean $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, no todos iguales. Demostrar: z_1, z_2, z_3 son los vértices de un triángulo equiangular $\Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_2z_3 + z_1z_3$.
4. Sean $|z| < 1, |w| < 1$. Demostrar: $\left| \frac{z-w}{\bar{w}z-1} \right| < 1$.
5. Demostrar: (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+i}{\sqrt{\pi}} \right)^n = 0$; (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{in+n^2}{n^2+i} \right) = 1$.
6. Si $z_n + w_n$ converge a un límite $c \in \mathbb{C}$ cuando $n \rightarrow \infty$, ¿es necesariamente cierto que una de las sucesiones $\{z_n\}$ o $\{w_n\}$ tiene que converger?