

VARIABLE COMPLEJA

Lista 6

(entregar: 1 de octubre)

1. Sea $\gamma(t) = t - 2it$ para $-1 \leq t \leq 1$. Calcular las siguientes integrales de línea:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_{\gamma} z^2 dz & \text{(b)} \int_{\gamma} |z|^2 dz & \text{(c)} \int_{\gamma} z^2 |dz| \\ \text{(d)} \int_{\gamma} |z|^2 |dz| & \text{(e)} \int_{\gamma} x dz & \text{(f)} \int_{\gamma} z dx \end{array}$$

2. Calcular: (a) $\int_{\partial B_1(0)} \frac{e^z}{z} dz$ (b) $\int_{\partial B_1(0)} z^n dz$ ($n \in \mathbb{Z}$)

donde la circunferencia se traza una vez en el sentido antihorario.

3. Sea f continua. Demostrar: $\int_{\gamma} f d\bar{z} = \overline{\int_{\gamma} \bar{f} dz}$.

4. Sea f holomorfa en el semiplano superior $\{\text{Im } z > 0\}$. Supóngase que $\text{Im } f'(z) > 0$ para todo z en el semiplano. Demostrar que f es 1-a-1.