

VARIABLE COMPLEJA II

Lista 6

(entregar: 15 de abril)

1. Sea $D \not\subseteq \mathbb{C}$ un dominio tal que $\bar{z} \in D$ cuando $z \in D$. Supóngase que $f : B_1(0) \rightarrow D$ es una transformación conforme tal que $\text{Im } f(0) = 0$ y $f'(0) > 0$. Demostrar que $\text{Im } z > 0 \iff \text{Im } f(z) > 0$.
2. Encontrar una transformación conforme de $B_1(0) \cap P^+$ en $B_1(0)$.
3. Sean $r < s$ y $A_{r,s} = \{z \in \mathbb{C} : r < |z| < s\}$. Demostrar que no existe una transformación conforme (o sea, holomorfa y biyectiva) de $A_{0,1}$ en $A_{r,s}$ cuando $r > 0$.
4. El *radio conforme* de un dominio $D \subseteq \mathbb{C}$ con respecto a un punto $z_0 \in D$ es por definición el valor $|f'(0)|$ de una transformación conforme $f : B_1(0) \rightarrow D$ tal que $f(0) = z_0$.
 - (a) Verificar que el radio conforme no depende de cuál f se escoja con las condiciones indicadas.
 - (b) Sea $z_0 \in D_1 \subseteq D_2$, $D_1 \neq D_2$. Demostrar que el radio conforme de D_2 es mayor que el radio conforme de D_1 (ambos con respecto a z_0). (Sug: L. de Schwarz)
 - (c) Para D fijo, encontrar el límite del radio conforme de D con respecto a z cuando $z \rightarrow \zeta_0 \in \partial D$.