

ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES DE PRIMER ORDEN

Lista 3

(entregar: 18 de marzo)

1. Demostrar que $u(x, \lambda) = (3x_1 + \lambda_1)^{1/3} \left(x_2 + \frac{x_1 - \lambda_1}{4} \right) + \lambda_2$ es una integral completa de la familia

$$(u_{x_1})(u_{x_2})^2 = x_1 + x_2.$$

2. Demostrar que $u(x, \lambda) = (1 + \lambda_1)^{1/3} x_1 - \lambda_1 x_2 + \lambda_2$ es una integral completa de la familia

$$(u_{x_1})^3 + u_{x_2} = 1.$$

3. Demostrar que $u(x, \lambda) = \frac{3}{4}(x_1 + \lambda_1)^{4/3} - \lambda_1 x_2 + \lambda_2$ es una integral completa de la familia

$$(u_{x_1})^3 + u_{x_2} = x_1.$$

4. Encontrar las integrales completas de las siguientes PDEs:

(i) $x_1^2(u_{x_1})^2 + x_2^2(u_{x_2})^2 = u,$

(ii) $x_1(u_{x_1})^2 + x_2(u_{x_2})^2 = u.$

5. Encontrar las integrales completas de las siguientes PDEs:

(i) $u_{x_2} = 3(u_{x_1})^2,$

(ii) $x_1 x_2 u_{x_1} + u_{x_1} u_{x_2} + x_2 u_{x_2} = x_2 u.$

6. Encontrar la envoltura de la siguiente familia (si es que existe):

$$u(x, \lambda) = x_1^2 + 2(x_1 - \lambda_1) + x_2 + \lambda_2 + x_3 + \lambda_3 + x_4 + \lambda_4.$$