ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES DE PRIMER ORDEN
Lista 1

(entregar: 21 de febrero)

1. Demostrar que la función $u(x) = (x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)$ es solución de la PDE $u_{x_1} + u_{x_2} + u_{x_3} = 0$.

2. Sea $w \in C^1(\mathbb{R})$. Sea $u(x) = w(x_1 x_2 + x_2^2)$. Demostrar que u es solución de la PDE $(x_1 + 2x_2)u_{x_1} - x_2 u_{x_2} = 0$.

3. Sea $w \in C^1(\mathbb{R})$. Demostrar que las funciones de ambas formas $u(x) = w(x_2 - x_1)e^{-x_1}$ y $u(x) = w(x_2 - x_1)e^{-x_2}$ son soluciones de la PDE $u_{x_1} + u_{x_2} = -u$.

4. Sea $w \in C^1(\mathbb{R})$. Sea $u(x) = w(x_2 - ux_1)e^{-x}$. Demostrar que u es solución de la PDE $u_{x_1} + u\, u_{x_2} = 0$.

5. Sea $w \in C^1(\mathbb{R})$. Sea $u = u(x_1, x_2)$ la función que está definida en forma implícita por la relación

$$ax_1 + bx_2 + cu(x_1, x_2) = w(\, x_1^2 + x_2^2 + (u(x_1, x_2))^2\,).$$

donde $a, b, c \in \mathbb{R}$ son constantes. Demostrar que u es solución de la PDE

$$(cx_2 - bu)u_{x_1} + (au - cx_1)u_{x_2} = bx_1 - ax_2.$$