FUNCIONES HIPERHOLOMORFAS
Lista 1

(entregar: 20 de febrero)

1. Sean $i_1, i_2, \ldots i_k \in \{0, 1, \ldots, n\}$ (no necesariamente en orden creciente). Demostrar que cuando se reduce el producto $e_{i_1} e_{i_1} \cdots e_{i_k}$ a forma estándar $\pm e_{j_1} e_{j_2} \cdots e_{j_l}$ con $1 \leq j_1 < j_2 < \cdots < j_l \leq n$ mediante aplicaciones de la ley asociativa y las reglas $e_i^2 = 1$ $(0 \leq i \leq p)$ y $e_i^2 = -1$ $(p+1 \leq i \leq n)$, el resultado (es decir, los datos $\pm$, l, $j_1, j_2, \ldots, j_l$) no depende de cómo se aplican las reglas.

2. Demostrar que el cuadrado de un seudo escalar en $\mathcal{C}\ell_{p,q}$ es un escalar. Demostrar que el cuadrado de un paravector es un paravector.

3. Dados $i_1, \ldots, i_k$ distintos, demostrar que $e_{i_1} \cdots e_{i_k} = (-1)^{k(k-1)/2} e_{i_k} \cdots e_{i_1}$ en $\mathcal{C}\ell_{p,q}$.

4. Sea x un paravector en $\mathcal{C}\ell(n)$. Demostrar que
$$\sum_{i=0}^{n} e_i\, x\, e_i = -(n-1)\overline{x}.$$

5. Definir un isomorfismo entre el álgebra de Clifford $\mathcal{C}\ell_{0,2}$ y la subálgebra $\mathcal{C}\ell_{0,3}^{+}$ de elementos pares.

6. Encontrar el centro del álgebra $\mathcal{C}\ell(n)$ (los elementos que conmutan con todos los demás elementos multiplicativamente).